

Durée de l'épreuve : 2h00 - Calculatrice autorisée, aucun document n'est permis

Exercice 1 12 points

Un enseignant réalise des vidéos de stats et de marketing pour ses étudiants. Il poste ses vidéos sur YouTube et constate que d'autres personnes que ses étudiants visionnent ses vidéos. Il se demande alors s'il existe un lien entre le nombre de commentaires rédigés sous une vidéo (X_i) et le nombre de vues qu'elle enregistre (Y_j en milliers de vues).

Pour se faire une idée d'après des chaînes YouTube comparables à la sienne, il mène une petite étude sur 500 vidéos de cours ayant réalisé moins de 40 000 vues. Il reporte dans un tableau, pour chaque vidéo retenue :

- le nombre de commentaires (X_i), compris entre 0 et 150
- et le nombre de vues (Y_j), en milliers, compris entre 0 et 40 000.

		5	15	25	35	
$X_i \backslash Y_j$		[0 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	Total
25	[0 ; 50[	140	66	30	8	244
75	[50 ; 100[	11	60	40	30	141
125	[100 ; 150[	5	12	28	70	115
Total		156	138	98	108	500

1) Déterminez la valeur de n_{23} , f_{21} , n_3 et f_2 (1 point)

2) Calculez la moyenne et l'écart type des X_i et des Y_j (1 point)

3) Calculez la médiane et le mode des X_i (1 point)

$$\text{Rappel : } Mo = L + a \times \left[\frac{e_o - e_i}{(e_o - e_i) + (e_o - e_j)} \right]$$

4) Comparez la moyenne, le mode et la médiane des X_i . Quelle information peut-on en tirer sur la symétrie de cette distribution ? Vérifiez cette interprétation en calculant le coefficient d'asymétrie β_1 de Pearson. Enfin, calculez et interprétez le coefficient d'aplatissement β_2 de Pearson des X_i . (3 points)

5) Déterminez le coefficient de corrélation r et le coefficient de détermination r^2 entre X_i et Y_j . Le coefficient de corrélation est-il statistiquement significatif ? Interprétez le lien entre les X_i et les Y_j et expliquez les limites de cette étude. (3 points)

6) Déterminez l'équation de régression $Y = aX + b$. D'après cette équation, en moyenne, combien de vues devrait réaliser une vidéo qui a suscité 120 commentaires ? (1,5 point)

7) Si l'on compile les informations de la manière suivante, pour tester le lien entre nombre de commentaires et nombre de vues, un test du χ^2 serait nécessaire. Faites ce test. Les conclusions sont-elles inchangées ? (1,5 point)

$X_i \setminus Y_j$	Moins de 20 000 vues	Plus de 20 000 vues	Total
Moins de 50 commentaires	206	38	244
Plus de 50 commentaires	88	168	256
Total	294	206	500

*

Exercice 2 8 points

On vous distribue une main de 4 cartes d'un jeu de 52 cartes. Pour rappel, une main est un ensemble non ordonné de cartes.

8) Quelle est la probabilité que vous ayez au moins un cœur ou une dame entre les mains ? (2 points)

9) Quelle est la probabilité que vous n'ayez en main que des cartes de 2 couleurs au plus ?
Précision : il y a 4 couleurs aux cartes : pique, carreau, trèfle, cœur (2 points)

10) Vous faites 10 parties de suite, les cartes sont mélangées à chaque fois. Quelle est la probabilité que vous n'ayez aucun as entre les mains dans au moins 8 parties sur 10 ? (2 points)

11) Vous faites une partie de plus et vous voyez le jeu de votre adversaire (sans le faire exprès, évidemment, loin de moi l'idée de penser que vous trichez). Il a un as exactement entre les mains. Quelle est la probabilité que vous ayez au moins un as entre les mains ? (2 points)